

ЛОГИЧЕСКИЕ СХЕМЫ И ТАБЛИЦЫ ИСТИННОСТИ

Логические схемы создаются для реализации в цифровых устройствах булевых функций (функций алгебры логики).

В цифровой схемотехнике цифровой сигнал - это сигнал, который может принимать два значения, рассматриваемые как логическая "1" и логический "0".

Логические схемы реализуются на логических элементах: "НЕ", "И", "ИЛИ", "И-НЕ", "ИЛИ-НЕ", "Исключающее ИЛИ" и "Эквивалентность". Первые три логических элемента позволяют реализовать любую, сколь угодно сложную логическую функцию.

Для обозначения логических элементов используется несколько стандартов. Наиболее распространёнными являются американский (ANSI), европейский (DIN), международный (IEC) и российский (ГОСТ). На рисунке ниже приведены обозначения логических элементов в этих стандартах.

		Логика	«НЕ»	«И»	«ИЛИ»	«И-НЕ»	«ИЛИ-НЕ»
ГОСТ и IEC	Полож.						
	Отриц.						
ANSI	Полож.						
	Отриц.						
DIN	Полож.						
	Отриц.						

Задачи на логические схемы бывают двух видов:

- *задача синтеза логических схем;*
- *задачи анализа логических схем.*

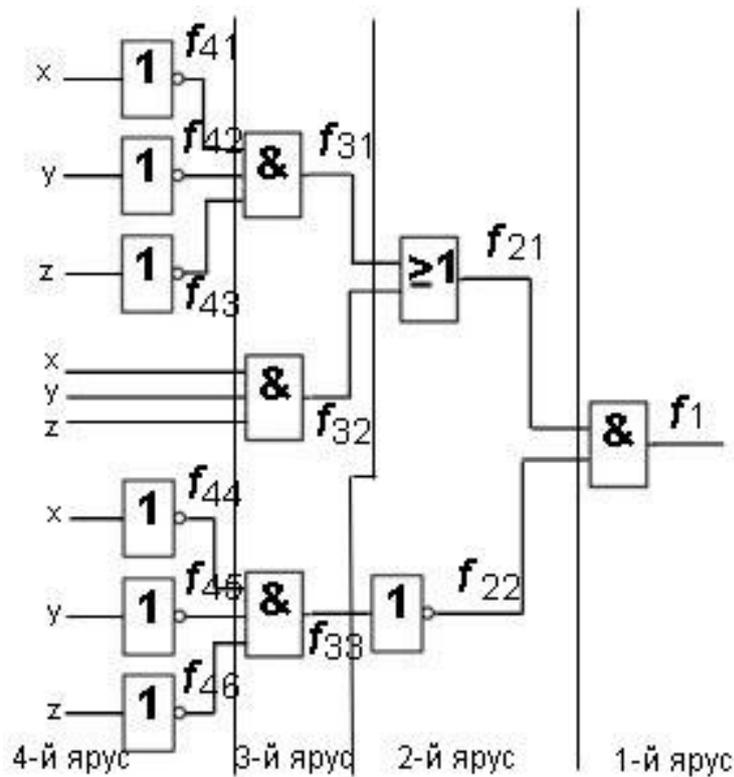
Ознакомление начнём с задачи второго типа, так как в таком порядке удаётся быстрее научиться читать логические схемы.

ЗАДАЧА АНАЛИЗА ЛОГИЧЕСКИХ СХЕМ

Задача анализа заключается в определении функции f , реализуемой заданной логической схемой. При решении такой задачи удобно придерживаться следующей последовательности действий:

1. Логическая схема разбивается на ярусы. Ярусам присваиваются последовательные номера.
2. Выводы каждого логического элемента обозначаются названием искомой функции, снабжённым цифровым индексом, где первая цифра - номер яруса, а остальные цифры - порядковый номер элемента в ярусе.
3. Для каждого элемента записывается аналитическое выражение, связывающее его выходную функцию с входными переменными. Выражение определяется логической функцией, реализуемой данным логическим элементом.
4. Производится подстановка одних выходных функций через другие, пока не получится булева функция, выраженная через входные переменные.

Пример 1. Найдите булеву функцию логической схемы и составьте таблицу истинности для логической схемы.



Решение. Разбиваем логическую схему на ярусы, что уже показано на рисунке. Запишем все функции, начиная с 1-го яруса:

$$\begin{aligned}
 f_1 &= f_{21} \wedge f_{22} \\
 f_{21} &= f_{31} \vee f_{32}, \quad f_{22} = \overline{f_{33}}; \\
 f_{31} &= \overline{f_{41}} \wedge \overline{f_{42}} \wedge \overline{f_{43}}, \\
 f_{32} &= x \wedge y \wedge z, \\
 f_{33} &= \overline{f_{44}} \wedge \overline{f_{45}} \wedge \overline{f_{46}}; \\
 f_{41} &= \overline{x}, \quad f_{42} = \overline{y}, \quad f_{43} = \overline{z}, \\
 f_{44} &= \overline{x}, \quad f_{45} = \overline{y}, \quad f_{46} = \overline{z}.
 \end{aligned}$$

Теперь запишем все функции, подставляя входные переменные x, y, z :

$$\begin{aligned}
 f_{21} &= (\overline{x} \wedge \overline{y} \wedge \overline{z}) \vee (x \wedge y \wedge z), \\
 f_{22} &= \overline{\overline{x} \wedge \overline{y} \wedge \overline{z}}.
 \end{aligned}$$

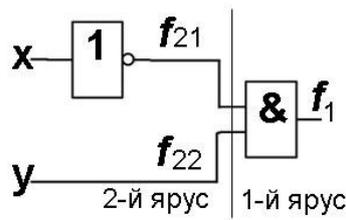
В итоге получим функцию, которую реализует на выходе логическая схема:

$$f = f_1 = ((\overline{x} \wedge \overline{y} \wedge \overline{z}) \vee (x \wedge y \wedge z)) \wedge (\overline{\overline{x} \wedge \overline{y} \wedge \overline{z}})$$

Таблица истинности для данной логической схемы:

x	y	z	f_{31}	f_{32}	f_{21}	f_{22}	f
1	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1	0	0

Пример 2. Найдите булеву функцию логической схемы и составьте таблицу истинности для логической схемы.



Решение. Разбиваем логическую схему на ярусы. Запишем все функции, начиная с 1-го яруса:

$$f_1 = f_{21} \wedge f_{22}$$

$$f_{21} = \bar{x}$$

$$f_{22} = y$$

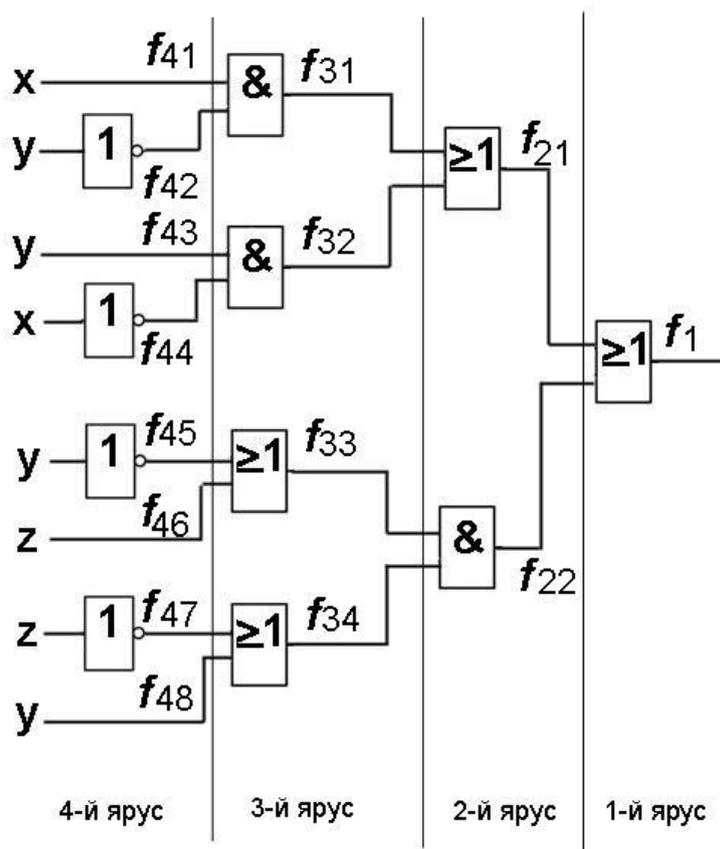
Получаем функцию, которую реализует на выходе логическая схема:

$$f_1 = \bar{x} \wedge y$$

Таблица истинности для данной логической схемы:

x	y	f_{21}	f_{22}	f
1	1	0	1	0
1	0	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	1	0	0

Пример 3. Найдите булеву функцию логической схемы и составьте таблицу истинности для логической схемы.



Решение. Разбиваем логическую схему на ярусы. Запишем все функции, начиная с 1-го яруса:

$$\begin{aligned}
 f_1 &= f_{21} \vee f_{22}, \\
 f_{21} &= f_{31} \vee f_{32}, \quad f_{22} = f_{33} \wedge f_{34}, \\
 f_{31} &= f_{41} \wedge f_{42}, \quad f_{32} = f_{43} \wedge f_{44}, \\
 f_{33} &= f_{45} \vee f_{46}, \quad f_{34} = f_{47} \vee f_{48}, \\
 f_{41} &= x, \quad f_{42} = \bar{y}, \quad f_{43} = y, \quad f_{44} = \bar{x}, \\
 f_{45} &= \bar{y}, \quad f_{46} = z, \quad f_{47} = \bar{z}, \quad f_{48} = y.
 \end{aligned}$$

Теперь запишем определяющие функции, подставляя входные переменные x, y, z:

$$\begin{aligned}
 f_{31} &= x \wedge \bar{y}, \quad f_{32} = y \wedge \bar{x}, \\
 f_{33} &= \bar{y} \vee z, \quad f_{34} = \bar{z} \vee y, \\
 f_{21} &= (x \wedge \bar{y}) \vee (y \wedge \bar{x}), \\
 f_{22} &= (\bar{y} \vee z) \wedge (\bar{z} \vee y).
 \end{aligned}$$

В итоге получим функцию, которую реализует на выходе логическая схема:

$$f = f_1 = ((x \wedge \bar{y}) \vee (y \wedge \bar{x})) \vee ((\bar{y} \vee z) \wedge (\bar{z} \vee y)).$$

Таблица истинности для данной логической схемы:

x	y	z	f_{21}	f_{22}	f
1	1	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1